

**INTERPOLACION GRAVIMETRICA PARA EL CÁLCULO DE LOS NUMEROS  
GEOPOTENCIALES DE LA RED ALTIMETRICA DE ARGENTINA  
EN ZONAS DE ALTA MONTAÑA.**

*Juan Carlos Vilella y María Cristina Pacino*

*Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura  
Universidad Nacional de Rosario  
Av. Pellegrini 250 – 2000 – Rosario  
[vilellajuan@yahoo.com](mailto:vilellajuan@yahoo.com)*

**RESUMEN**

Se torna necesario compatibilizar los requerimientos de precisión en las determinaciones altimétricas, con la información disponible y las posibilidades que brinda el instrumental moderno. Para dar solución a este “problema altimétrico” en la Argentina, se debe materializar un nuevo sistema de referencia vertical. El primer paso fundamental será completar el cálculo de los números geopotenciales de los puntos de la red altimétrica nacional. Este cálculo supone, en teoría, el conocimiento del valor medio de la gravedad entre dicho punto y el geoide. En la práctica el problema se simplifica asumiendo una variación lineal entre la gravedad sobre el geoide y la gravedad sobre el punto en cuestión, adoptándose la media aritmética entre ambos valores gravimétricos.

La red altimétrica de Argentina no cuenta con valores de gravedad en todos sus puntos, lo que torna imposible el ajuste final de la red. Para dar solución a este problema y atendiendo a la poco factible posibilidad de realizar campañas de medición gravimétrica en el corto plazo, la alternativa viable es resolver la cuestión mediante la asignación de valores de gravedad a los puntos referidos anteriormente mediante procedimientos matemáticos. La gran extensión territorial del país sumada a su amplio rango de altitudes y a la heterogénea distribución de datos gravimétricos, requiere de un delicado análisis de diversas situaciones posibles. En este trabajo se analiza la problemática en zonas montañosas a través del estudio del comportamiento de diversos tipos de respuestas gravitacionales (gravedad observada, anomalía de aire libre y anomalía de bouger) ante la aplicación de diversos métodos de interpolación.

**Palabras claves:** Números geopotenciales; Interpolación gravimétrica; Referencia vertical; Redes altimétricas.

**ABSTRACT**

The “Geopotential Origin” Working Group (GO) was born in 2000 at the Subcommittee of Geodesy of the IUGG National Committee. The main objective of this Group is the organization of the activities for the establishment of the geopotential origin of the Argentine altimetric network and to cooperate with Group III at SIRGAS Project (Geocentric Reference System for South America), supported by International Association of Geodesy. Working in permanent communication with Group III of SIRGAS, the GO working group is formed of well-known Argentine scientists and professionals, marked four worklines: (1) Tide Gauges. (2) Geopotential Numbers Calculation. (3) Linking with altimetric networks from neighbouring countries. (4) Compensation of Altimetric and Gravimetric Networks. Focused on the second point, this research will be developed.

**Key words:** Geopotential Numbers, Gravity Interpolation, Vertical Reference, Altimetric Networks.

**INTRODUCCION**

El Grupo de Trabajo “Origen Geopotencial” (OG), nació en el año 2000 a instancias del Subcomité de Geodesia del CNUGGI, con el objetivo de coordinar y organizar las tareas necesarias para determinar el origen geopotencial de la red altimétrica nacional e interactuar con el Grupo III del Proyecto SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas), que sustenta la “Internacional Association of Geodesy”

En permanente relación con el Grupo de Trabajo III de SIRGAS, el Grupo Origen Geopotencial, integrado por científicos y profesionales del ámbito nacional, definió estas cuatro líneas de trabajo: (1) Mareógrafos. (2) Cálculo de Números Geopotenciales. (3) Vinculaciones altimétricas y gravimétricas con redes de países vecinos. (4) Compensación de la Red (Altimetría y Gravimetría). A través del desarrollo de esta investigación se concreta un aporte directo a la segunda línea de trabajo mencionada. Para poder lograr resultados deberá analizarse tanto la cantidad y distribución de la información altimétrica y gravimétrica disponible como los métodos de interpolación en si mismos.

En cuanto a la información gravimétrica disponible, se cuenta con un volumen de datos importante pero variado en calidad y distribución geográfica. Esta base de datos se conforma principalmente con unos 150.000 puntos que incluyen aquellos pertenecientes a las redes gravimétricas IGM (Instituto Geográfico Militar) de distintos órdenes y datos aportados por instituciones, científicos y empresas privadas. Por otro lado, se tiene la red altimétrica nacional con sus 370 líneas de nivelación y mas de 16.000 puntos fijos, que prácticamente en un 85% dispone de valores de gravedad (Pacino et al. 2005). El 15% restante es la información faltante, o lo que se dará en llamar de aquí en mas: "huecos de información gravimétrica".

El propósito de este trabajo de investigación reside en encontrar la metodología adecuada para el llenado de estos huecos, teniendo en cuenta aspectos como: los métodos de interpolación, variables posibles a utilizar, las altitud del territorio y la densidad de información, dejando así constituidas las bases para el proceso de cálculo de los números geopotenciales de la red.

## INTERPOLACION DE VALORES GRAVIMETRICOS

### Desniveles, Cotas y Números Geopotenciales

El conocimiento de la magnitud de la fuerza de gravedad es imprescindible para la determinación de desniveles. La explicación de esta afirmación se encuentra encerrada en el concepto del potencial de gravedad. Como se observa en la figura 1, a partir de dos puntos de la superficie terrestre R y T suficientemente alejados como para tener que realizar varias estaciones para nivelar geoméricamente entre ellos, y pudiendo tomarse distintos recorridos de nivelación (por ejemplo camino I o II), podrá observarse lo siguiente:

- La altura de T respecto de R, dependerá del camino que se tome, correspondiendo para el primer caso al segmento RS y UT para el segundo.
- Las superficies de nivel que contienen respectivamente a R y T no son paralelas.
- El resultado de la nivelación (altura de T respecto de R) depende del camino recorrido. En trabajos de poca precisión puede no considerarse esta falta de paralelismo de superficies de nivel (Lauría, 2006)., pero cuando se trata de medir alturas en Geodesia esto no es despreciable, por ello es que se debe buscar una solución que contemple esta situación y que no dependa del camino seguido.

Se sabe que por la conservatividad del campo potencial el trabajo W realizado contra la fuerza de gravedad "g" para trasladar una masa "M" desde R hasta la altura de T no depende del camino recorrido pero si del valor de "g" en cada punto. En tanto el trabajo realizado para trasladar una masa determinada sobre una superficie de nivel es nulo debido a que el potencial se mantiene constante sobre dicha superficie. En consecuencia la diferencia de potencial gravitatorio entre dos puntos cualesquiera de la superficie terrestre, que estén contenidos en superficies de nivel diferentes será siempre constante. En base a esto puede decirse que entre las superficies de nivel  $W_R$  y  $W_T$ , que contienen respectivamente a los puntos R y T, la diferencia de potencial gravitatorio es constante, con independencia del recorrido realizado para nivelarlos.

$$W_R - W_T = \text{constante}$$

A esta diferencia se la conoce como "Geopotencial de T respecto de R". De manera análoga, siendo el Geoide una superficie de nivel por definición, la diferencia de potencial entre ésta y una

superficie de nivel cualquiera también será constante. Se denomina a esta diferencia “número geopotencial”. Queda entonces claro, que no es suficiente conocer los desniveles geométricos para nivelar con precisión geodésica. Se introduce así el concepto de altura como magnitud física.

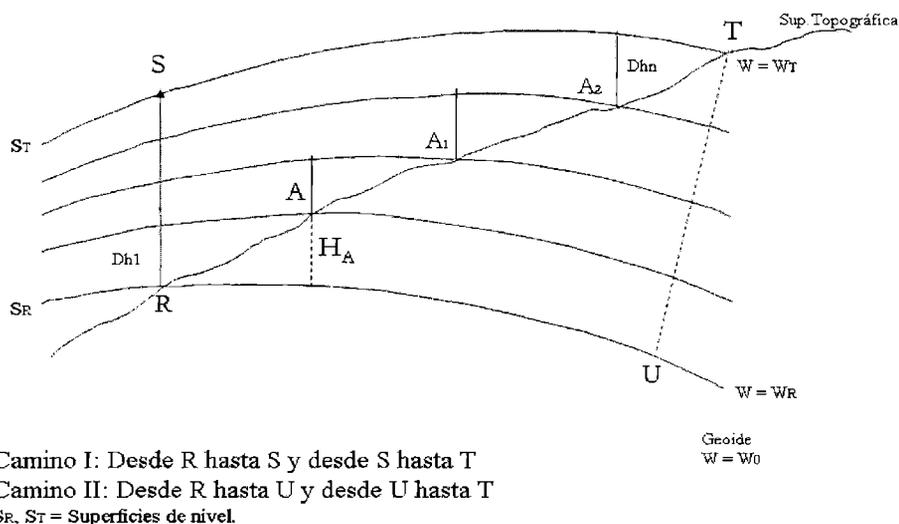


Figura 1. Sección de la superficie topográfica que ilustra el concepto de altitud como magnitud física.

#### Información Disponible - La Base de Datos.

La marca de referencia es el Mareógrafo de Mar del Plata, que tomó en cuenta series de observaciones realizadas en la primera parte del siglo pasado, marca que por razones de estabilidad fue trasladada a la zona de Tandil, mediante nivelación geométrica de alta precisión, y luego al resto del territorio nacional de la misma manera (D’onofrio et al., 1999).

**La Red Gravimétrica Nacional.** En cuanto a la Gravimetría, el Instituto Geográfico Militar (IGM), como autoridad nacional en el tema, cuenta con una rica historia al respecto, remontando sus inicios hacia 1906 con la vinculación Buenos Aires – Potsdam, y una segunda vinculación realizada en 1926 por Felix Aguilar. Se adopta recién en 1945, como punto Datum gravimétrico provisorio, al pilar del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de La Plata. 1952 sería una fecha clave con el comienzo de las observaciones con gravímetros diferenciales y el establecimiento del pilar, donde se constituiría la Estación fundamental Buenos Aires “A”.

La llamada Operación BACARA (Base de Calibración de la República Argentina) constituiría lo que fue la primera Red Gravimétrica de Orden Superior de nuestro país. Pocos años después se mide la Red IGSN71 (Red Estándar de Gravedad Internacional), adoptada por la “International Union of Geodesy and Geophysics” (IUGG) y con desvíos del orden de la décima de miligal. Esta red toma 11 puntos de la Red BACARA. Vendrían luego las primeras mediciones gravimétricas en el territorio Antártico y en 1988 la primera medición absoluta de gravedad, realizada en la estación fundamental Buenos Aires A, (posteriormente reubicada).

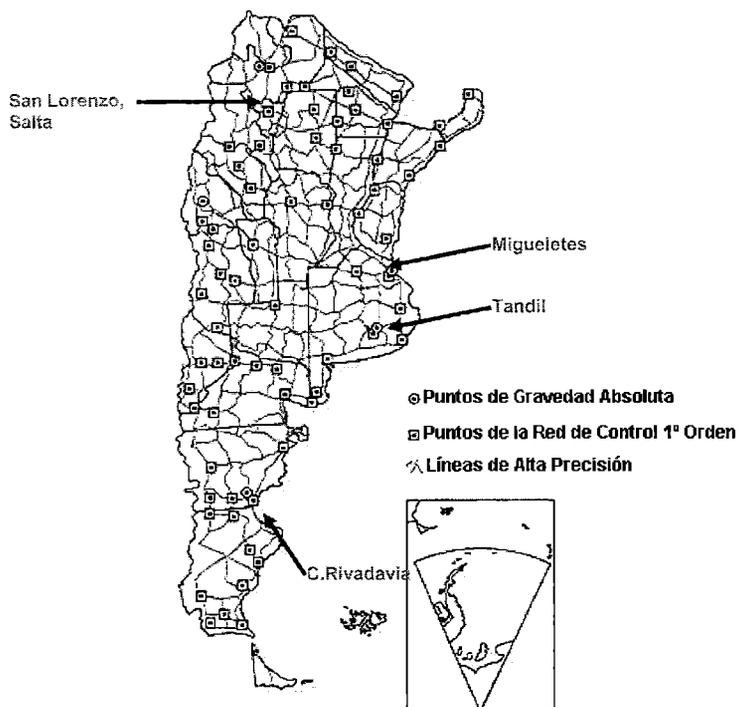
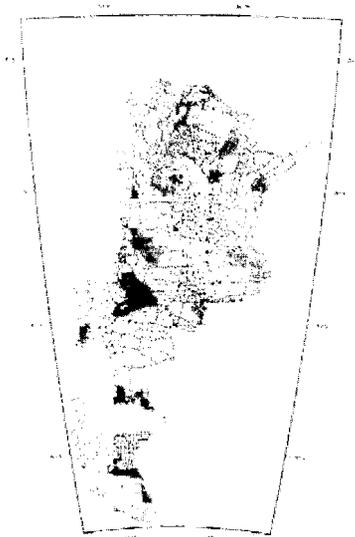


Figura 2. Red Gravimétrica IGM

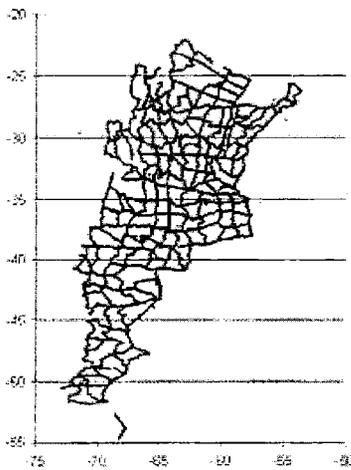
En la actualidad la Red Gravimétrica del IGM, (Fig.2), cuenta con la Red de Orden 0 que se conforma con cinco puntos con gravedad absoluta, medidos con instrumental de la Universidad de Hannover hacia fines de los años 80 (estos puntos son: Miguelete y Tandil (Provincia de Buenos Aires), San Lorenzo (Salta), Comodoro Rivadavia (Chubut) y San Juan (San Juan)). La Red de Orden I (Red BACARA) con 86 puntos, la red de Orden II, completada en 2002 con un conjunto de 15905 puntos gravimétricos que cubren cerca de 100.000 km lineales, y la Red de Orden III que cuenta con unos 2175 puntos de gravedad.

Sintetizando lo descripto mas arriba, se tiene que el caudal de información totalizaba, al año 2001, unos 18248 puntos de gravimetría medidos por el Instituto Geográfico Militar. A estos datos se suma la información gravimétrica proveniente de otras fuentes como universidades e instituciones de Argentina y otros países, con lo que se conforma una gran base de datos gravimétricos, de distribución heterogénea e irregular sobre el territorio nacional. (Fig.3).

**La Red Altimétrica Nacional.** De acuerdo con Brunini et al. (2001) y Pacino (2005), la red de puntos de nivelación de primer orden, cuenta con 16.320 puntos distribuidos en la mayor parte de la superficie de nuestro país, incluyendo 225 puntos nodales y 370 líneas de nivelación, con puntos cuya separación media no supera los 9 km (Fig. 3). Esta Red se conforma por 87.529 km de nivelación de alta precisión y de precisión, luego 72.805 km de líneas niveladas topográficamente y 3.520 km de nivelación para apoyo fotogramétrico. Las líneas de alta precisión nacen y culminan en puntos nodales, que son puntos de orden cero, y conforman polígonos o mallas. En el interior de estas mallas se desarrollan las líneas de nivelación de precisión, que están vinculadas a puntos fijos de alta precisión. Finalmente éstas se densifican con las líneas de nivelación topográfica.



**Figura 3:** Situación actual de cobertura gravimétrica y altimétrica.



**Figura 4.** Red Altimétrica – Líneas de Nivelación.

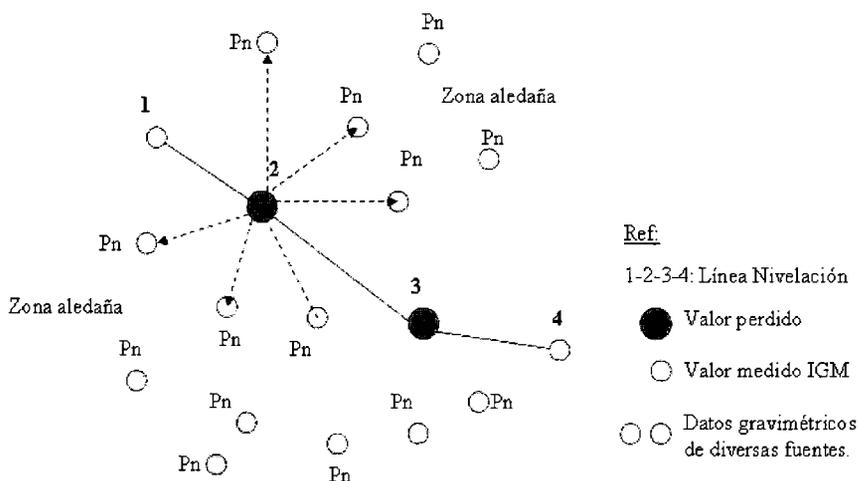
**Estado de Situación actual.** Casi el 85 % de los puntos fijos de nivelación cuenta con información gravimétrica, en base a determinaciones realizadas (valores medidos). El problema a resolver, previo al cálculo de los números geopotenciales de la red, es la información faltante, dicho en otras palabras; los “huecos de información gravimétrica”, que son alrededor de 1200.

Estos faltantes de información en el 75% de los casos se deben a valores perdidos, siendo muy pocos los casos de líneas que carecen de información gravimétrica. Los datos gravimétricos disponibles fueron inicialmente referidos a la Red Potsdam y luego transformados a IGSN71, mediante correcciones adicionales constantes (-14,93 mGal), esto hizo que las diferencias promedio oscilaran entre 2 y 3 décimas de miliGal. Luego de una serie de verificaciones hoy se puede decir que la precisión de los valores de gravedad disponibles, es en el peor de los casos de 0,5 mGal.

Necesariamente se deben “llenar” estos huecos para poder empezar al cálculo de números geopotenciales, ya que es imprescindible contar con datos de gravedad en todos los puntos fijos de nivelación. Esto se llevará a cabo mediante la metodología de “Interpolación de valores gravimétricos”, lo cual es uno de los más interesantes aportes de este trabajo.

## METODOLOGÍA DE TRABAJO

**Consideraciones preliminares.** Recordando lo dicho anteriormente, la base de datos gravimétricos concentra no sólo los datos provenientes del IGM, sino también un volumen de información provista por instituciones y empresas. Como ya se explicó, existe un 15 % de puntos fijos de nivelación que no cuenta con datos gravimétricos, por lo cual se está disponiendo en la zona circundante a cada “hueco gravimétrico” de una masa de datos de referencia variada y heterogénea en distribución y origen. El llenado de los huecos gravimétricos, conlleva tener en cuenta previamente una serie de conceptos como cantidad y distribución de los datos disponibles de referencia, la altitud (cota promedio) de la zona en estudio, las variables interpolables y los interpoladores a utilizar. La Figura 5 muestra un ejemplo de lo recién explicado.



**Figura 5.** Esquema de un hueco gravimétrico típico.

Sea una línea de nivelación 1-2-3-4; con valores perdidos de información gravimétrica en los puntos 2 y 3. Se cuenta con información de referencia variada en la zona aledaña constituida por la masa de datos “P<sub>n</sub>”, parte de los cuales serán tenidos en cuenta por los interpoladores para generar un valor y rellenar así el hueco.

**Concepto de Cubrimiento.** La densidad de los datos en relación a un determinado sector de superficie terrestre constituye lo que de ahora en más se denominará cubrimiento (cubrimiento = densidad de información). Se discriminará a los fines prácticos entre zonas de alto y bajo cubrimiento, según el criterio explicado a continuación. Solo a los fines de tener un parámetro de referencia, se analizará una unidad de superficie terrestre de 0,5° de latitud por 0,5° de longitud, simplemente por ser un valor fácilmente manejable y luego se contabilizará la cantidad de registros disponibles para ese sector. (Fig.6).

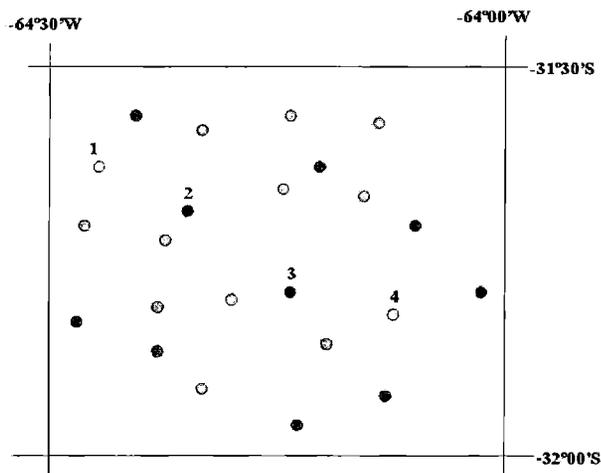


Figura 6. Concepto de Cubrimiento.

Debido a que un sector de superficie terrestre  $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ , considerando la latitud media de nuestro país, encierra unos  $3098 \text{ km}^2$ , se reducirá por ese valor para conocer la densidad unitaria por kilómetro cuadrado. Se puede ver que el cubrimiento en la base de datos disponible varía hasta un límite máximo de unos 840 registros (datos gravimétricos) para una porción de superficie terrestre de las dimensiones indicadas, lo que resulta en una densidad unitaria de  $0,27$  registros por  $\text{km}^2$  (1 registro cada  $3,7 \text{ km}^2$ ). Máximo Cubrimiento (aproximado) =  $0,27 \text{ reg} / \text{km}^2 = 1 \text{ reg} / 3,68 \text{ km}^2$

**Altitud. Zonas de llanura y alta montaña.** Es conocido que la fuerza de gravedad varía en relación inversa con el cuadrado de la distancia al centro de la tierra. Es por esto necesario analizar el comportamiento de variables e interpoladores en relación a los distintos rangos de altitud, estudiando por separado las zonas bajas y las elevadas (Wood y Fisher, 1993). Argentina es un territorio extenso y abarca además un amplio rango de altitudes. Así, a las grandes extensiones de planicies se contraponen sectores como los andinos, con muy fuerte gradiente vertical (variaciones del orden de los 5000 metros en unos 100 km de recorrido). Las zonas de estudio serán consideradas hasta los 2000 metros, como zonas de llanura y zonas de alta montaña por encima de ese rango.(Fig.7), enfocando esta primera parte del trabajo en las segundas.

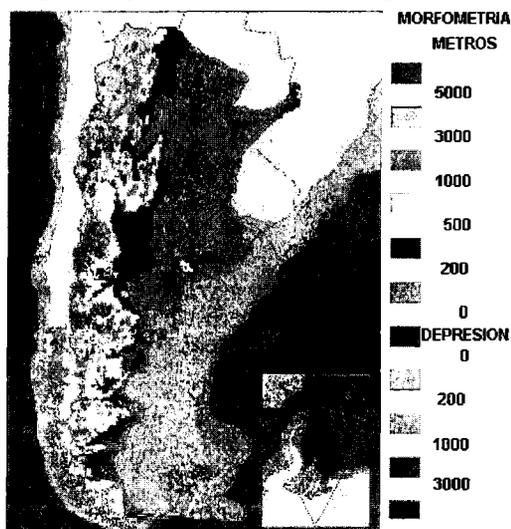


Figura 7. Regiones Fisiográficas. Llanura y alta montaña.

**Métodos de Interpolación.** Se ingresa a uno de los terrenos más delicados de este trabajo investigativo: el análisis y ponderación de los distintos interpoladores, punto clave para la continuación del estudio. Se centrará la atención en los siguientes métodos de interpolación: Kriging, Mínima Curvatura e Inversa de la distancia, enunciando las características fundamentales de cada uno de ellos.

**Kriging.** Es una técnica de estimación geoestadística que utiliza una combinación lineal de los valores muestreados próximos para hacer predicciones (Sullivan, 1998a). Para hacer tales predicciones es necesario conocer los pesos que se aplican a cada punto muestreado. Kriging permite derivar pesos que resultan en una estimación óptima y libre de tendencias. Dentro de un marco probabilístico, Kriging intenta: por un lado minimizar la varianza del error y por otro fijar el error medio de la predicción en cero de manera tal que no existan “sobre” ni “sub” estimaciones (Sullivan, 1998 b). Se analizaron en las distintas pruebas efectuadas los variogramas experimentales eligiendo en cada caso el modelo teórico que mejor se adaptaba.

**Mínima Curvatura.** El uso de este método está muy difundido dentro de las ciencias de la tierra. La superficie interpolada generada por el método de Mínima Curvatura es análoga a una lámina delgada y elástica que pasa a través de cada uno de los valores dato con el mínimo combamiento posible (Burrough y Mc Donnell, 1998). Este método genera la superficie más suavizada posible tratando de mantener los valores interpolados tan próximos a los datos como sea posible. No obstante, no es un interpolador de los más exactos.

**Inversa de la distancia.** Este es un interpolador de pesos promediados y puede ser considerado tanto un interpolador exacto como de suavización (Isaaks y Srivastava, 1989). Existe un parámetro de “potencia” que controla como el factor de peso disminuye a medida que aumenta la distancia desde el nodo de la grilla. Con un parámetro de potencia grande se asigna a los datos más próximos una fracción más elevada del peso total. Con un parámetro de potencia pequeño, los pesos se distribuyen de manera más equitativa entre los datos. El peso dado a un punto en particular durante el cálculo de la grilla es proporcional a la inversa de la distancia (elevada al parámetro de potencia asignado) entre el punto de observación y el nodo de la grilla a calcular. Cuando se calcula un nodo de la grilla, los pesos asignados son fracciones y su suma es igual a 1. Cuando una observación coincide con un nodo de la grilla se asigna a ese dato peso muy próximo a 1 y a todas las otras observaciones peso prácticamente nulo.

En otras palabras, el nodo de la grilla tendrá un valor coincidente con el de la observación, lo que lo convierte en un interpolador exacto. Una de las características de este método es la generación de “ojos” en los alrededores de los puntos de observación. Para minimizar este inconveniente es posible asignar un parámetro de suavización. Un parámetro de suavización mayor que cero asegura que ninguna observación tendrá todo el peso para el cálculo de un nodo de grilla en particular, aún si la observación fuera coincidente con el nodo de la grilla. Si bien esto reduce el efecto de “ojos”, el interpolador deja de ser exacto para convertirse en un interpolador de suavización.

Aunque el objetivo final se centra en la obtención de valores de Gravedad Observada para las estaciones que no cuentan con dicho dato, podría resultar más conveniente operar con otras variables relacionadas como la Anomalía de Aire Libre y la Anomalía de Bouguer. Si bien existen diversas ecuaciones para el cálculo de estas anomalías, en este trabajo se mantuvieron aquellas utilizadas por el IGM para conservar un criterio homogéneo.

Se tendrá así:

$$A_{AL} = G_{obs} + C_{AL} - \gamma$$

$$A_B = G_{obs} + C_{AL} - C_B - \gamma$$

Siendo  $A_{AL}$ : anomalía de Aire Libre;  $A_B$ : Anomalía de Bouguer,  $G_{obs}$ : gravedad observada,  $C_{AL}$ : Corrección de Aire Libre,  $C_B$ : Corrección de Bouguer,  $\gamma$ : gravedad teórica, Y con  $\gamma$  como gravedad teórica para el elipsoide GRS80 (Hofmann – Wellenhof and Moritz, 2005):

$$\gamma = 978032.67714 \frac{(1 + 0.00193185138639 \sin^2 \varphi)}{\sqrt{(1 - 0.00669437999013 \sin^2 \varphi)}} \text{ mGal}$$

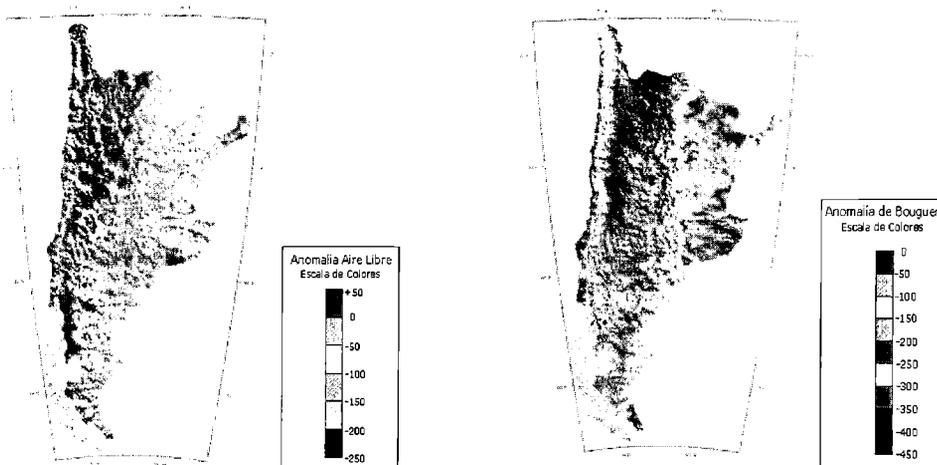
$$C_{A.L.} \cong -\frac{\partial \gamma}{\partial h} H = +0,3086 H \text{ (mGal / m)}$$

$$C_B = 2 \pi G \sigma H = 0,419 \sigma H \text{ [mGal/m]}$$

con H expresada en metros, G constante de gravitación universal en u.c.g.s.,  $\varphi$  latitud y  $\sigma$  densidad cortical en  $\text{g/cm}^3$ . Para el valor de densidad cortical estándar  $\sigma = 2,67 \text{ g/cm}^3$  se tendrá:

$$C_B = 0,1119 H \text{ [mGal/m]}$$

Las Figuras 8 a,b, extraídas de Pacino et al. (2006), muestran las curvas de variación de las anomalías de Aire Libre y anomalías de Bouguer respectivamente. En estos mapas se puede ver a simple vista que las Anomalías de Bouguer manifiestan curvas más suaves y regulares, por lo que sería una variable más estable y conveniente para interpolar valores. Se verá mas adelante si estadísticamente esto es así.



**Figura 8:** a Mapa Anomalías de Aire Libre b. Mapa Anomalías de Bouguer.

Nota: Las escalas de colores son indicativas y aproximadas.

**Procedimiento. Cálculo de los Residuos.** Para el proceso de cálculo se utilizó el programa Surfer V.8.0 (Golden Software, Inc.) En el análisis a desarrollar se contemplarán diferentes aspectos que se definen de la siguiente manera: · Características fisiográficas. Zonas de alta montaña y llanura. · Tipo de Cubrimiento. Zonas de alto y bajo cubrimiento.(densidad de información).· Interpoladores. Métodos: Kriging, Mínima Curvatura e Inversa de la distancia. · Variables. Gravedad Observada, Anomalías de Aire Libre y Bouguer.

Un buen parámetro para evaluar la bondad de un proceso de interpolación es comparar valores interpolados con valores medidos, la diferencia entre ambos se denomina residuo. Cuanto menor sea un residuo, mayor será la proximidad entre valores medidos e interpolados, en otras palabras mayor será la exactitud de la interpolación. Se propone entonces “fabricar” huecos gravimétricos donde no los hay, es decir donde hay valores disponibles (medidos). La fabricación de estos huecos consiste en borrar valores de la base de datos, calcularlos por interpolación, y luego compararlos con los valores de referencia borrados, obteniéndose así los residuos respectivos. En el proceso de interpolación se involucran todos los valores “P<sub>n</sub>” disponibles en la zona aledaña al valor interpolado (Fig.5).

$$\text{Valor medido} - \text{Valor interpolado} = \text{residuo (exactitud de la interpolación)}$$

Cada hueco gravimétrico posee características y particularidades diferentes, pero a los fines prácticos, se adopta la siguiente clasificación en tres tipos de huecos gravimétricos (Fig.9):

- hueco consistente en una secuencia seguida de puntos faltantes.
- hueco consistente en una secuencia alternada de puntos faltantes.
- hueco consistente en una línea completa faltante (caso especial).

En el caso en que el hueco de gravedad corresponda a una línea completa se hará un análisis específico y se determinará la solución más viable, contemplando la posibilidad de campaña de medición.

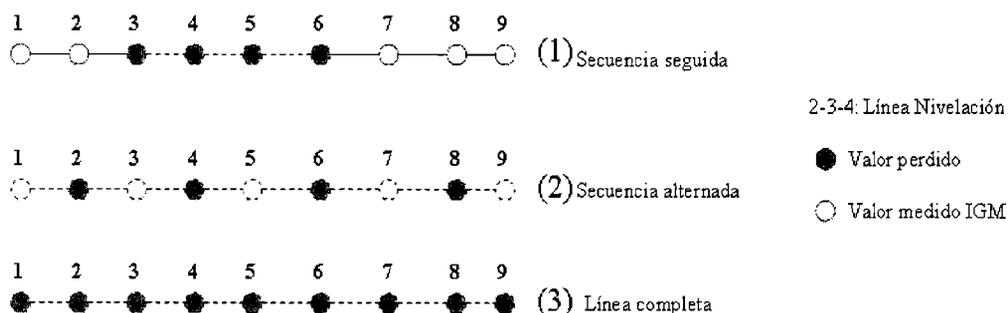


Figura 9. Tipos de huecos gravimétricos.

**Análisis de un caso típico.** Se muestra a continuación (Tabla 1) el análisis típico realizado sobre la línea de nivelación L348 (alta montaña con alto cubrimiento) para un interpolador sobre las tres variables ya referidas. La línea L348 se extiende entre latitudes 30°18'44" y 31°19'20", entre longitudes 69°11'52" y 69°27'12" y se desarrolla entre altitudes 1362,125m y 2574,047m.

Tabla 1. Caso Típico. Línea L348, inversa de la distancia.

Variable	L348 - Serie 5 puntos Seguidos					
	Gravedad		Anomalía Aire Libre		Anomalía Bouguer	
Método						
INVERSA de la DISTANCIA	Promedio	887,77	Promedio	-84,55	Promedio	-246,49
	Res.Promed.	-16,97	Res.Promed.	-33,53	Res.Promed.	-35,93
	σ(Sigma)	3,92	σ(Sigma)	18,65	σ(Sigma)	10,28
	Error Rel.Med.	0,02	Error Rel.Med.	0,40	Error Rel.Med.	0,15

Donde:

Promedio: Valor medio de la serie de magnitudes interpoladas.

Residuo Promedio: Valor medio de los residuos de acuerdo con:

$$x = \sum_{i=1}^N (g_i - \hat{g}_i)$$

$\sigma$  (Sigma): Desvío de los residuos de una serie.

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N (g_i - \hat{g}_i)^2 / N - 1}$$

Error relativo medio: Relación entre el residuo medio y la Magnitud de Referencia. Nota: A los datos de gravedad observada se les restó un valor constante de 978000 mGal a fin de hacerlos comparable al resto de las variables analizadas. Con similar criterio se analiza una línea completa, teniendo en cuenta los todos interpoladores, tipos de secuencias de puntos y variables. Se muestra este a continuación en la "Tabla 2". Es el caso de la línea L348.

**Tabla 2.** Análisis completo de la Línea L348.

<b>Caso N°1 - Línea L348 - RESULTADOS</b>				
<b>L348 - Serie 5 puntos Alternados</b>				
<b>Variable</b>	<b>Gravedad</b>		<b>An.A.Libre</b>	<b>An.Boug</b>
<b>Método</b>				
<b>INVERSA</b>	Promedio	769,24	-35,88	-244,06
	de la Res.Promed.	-0,41	-5,91	-8,93
<b>DISTANCIA</b>	$\sigma$ (Sigma)	7,60	5,68	4,86
	Error Rel.Medio	0,00	0,17	0,04
	Promedio	769,24	-35,88	-244,06
	<b>KRIGING</b> Res.Promed.	4,10	-5,08	-6,07
	$\sigma$ (Sigma)	8,44	4,39	1,86
	Error Rel.Medio	0,01	0,14	0,02
	Promedio	769,24	-35,88	-244,06
	<b>MÍNIMA CURVATURA</b>	Res.Promed.	2,83	-3,82
$\sigma$ (Sigma)		5,65	3,09	1,48
	Error Rel.Medio	0,00	0,11	0,02
<b>L348 - Serie 5 puntos Seguidos</b>				
<b>Variable</b>	<b>Gravedad</b>		<b>An.A.Libre</b>	<b>An.Boug</b>
<b>Método</b>				
<b>INVERSA</b>	Promedio	887,77	-84,55	-246,49
	de la Res.Promed.	-16,97	-33,53	-35,93
<b>DISTANCIA</b>	$\sigma$ (Sigma)	3,92	18,65	10,28
	Error Rel.Medio	0,02	0,40	0,15
	Promedio	887,77	-84,55	-246,49
	<b>KRIGING</b> Res.Promed.	19,64	-32,17	-20,51
	$\sigma$ (Sigma)	29,75	19,39	2,31
	Error Rel.Medio	0,02	0,38	0,08
	Promedio	887,77	-84,55	-246,49
	<b>MÍNIMA CURVATURA</b>	Res.Promed.	6,75	-16,31
$\sigma$ (Sigma)		25,73	12,54	2,20
	Error Rel.Medio	0,01	0,19	0,06

L348 - Serie Línea Completa				
Variable	Gravedad		An.A.Libre	An.Boug
Método				
<b>INVERSA</b> de la	Promedio	768,69	-40,48	-250,91
	Res.Promed.	-16,44	-15,94	-21,76
<b>DISTANCIA</b>	$\sigma$ (Sigma)	22,52	18,57	16,09
	Error Rel.Medio	0,02	0,39	0,09
	Promedio	768,69	-40,48	-250,91
	Res.Promed.	8,31	-14,30	-11,33
<b>KRIGING</b>	$\sigma$ (Sigma)	22,71	18,39	9,57
	Error Rel.Medio	0,01	0,35	0,05
	Promedio	768,69	-40,48	-250,91
	Res.Promed.	4,24	-8,95	-9,62
<b>MÍNIMA CURVATURA</b>	$\sigma$ (Sigma)	19,48	15,73	10,78
	Error Rel.Medio	0,01	0,22	0,04

Seguindo esta línea se analizaron una serie de casos según el contexto completo para zonas de alta montaña, 6 casos con alto cubrimiento y 6 con bajo cubrimiento, para los tres tipos de secuencias de puntos faltantes, con los tres métodos de interpolación y tres variables. Los resultados finales se exponen en el punto siguiente.

### RESULTADOS

Se conforma entonces la Tabla 3, donde se muestran estos resultados para Alta Montaña, en zonas de alto cubrimiento, según el procedimiento de análisis ya explicado.

**Tabla 3.** Resultados para alta montaña (Zonas de alto cubrimiento).

Resultados Alta Montaña (alto cubrimiento)				
Variable	Gravedad		An.A.Libre	An.Boug
Método				
<b>INVERSA</b> de la <b>DISTANCIA</b>	Promedio	596,14	-13,31	-191,44
	Res.Promed.	-13,16	-6,95	-11,88
	$\sigma$ (Sigma)	14,33	12,45	7,74
	Error Rel.Med.	0,03	0,27	0,05
<b>KRIGING</b>	Promedio	596,14	-13,31	-191,44
	Res.Promed.	0,10	-7,02	-6,98
	$\sigma$ (Sigma)	16,79	11,78	5,09
	Error Rel.Med.	0,02	0,25	0,03
<b>MÍNIMA CURVATURA</b>	Promedio	596,14	-13,31	-191,44
	Res.Promed.	-3,76	-3,36	-6,15
	$\sigma$ (Sigma)	16,72	9,86	4,71
	Error Rel.Med.	0,02	0,18	0,03

De igual manera se procedió para el análisis en zonas de Alta Montaña con bajo cubrimiento. En Tabla 4 se muestran los resultados correspondientes.

**Tabla 4.** Resultados para alta montaña (Zonas de bajo cubrimiento).

Variable	Resultados Alta Montaña (bajo cubrimiento)			
	Gravedad	An.A.Libre	An.Boug	
Método				
INVERSA de la DISTANCIA	Promedio	383,72	27,02	-135,73
	Res.Promed.	-15,06	4,55	-1,55
	$\sigma$ (Sigma)	17,30	10,60	5,08
	Error			
	Rel.Med.	-0,04	0,17	0,01
KRIGING	Promedio	383,72	27,02	-135,73
	Res.Promed.	-10,49	3,15	-1,33
	$\sigma$ (Sigma)	13,28	9,51	5,61
	Error			
	Rel.Med.	-0,03	0,12	0,01
MÍNIMA CURVATURA	Promedio	383,72	27,02	-135,73
	Res.Promed.	-12,12	2,98	-2,04
	$\sigma$ (Sigma)	16,49	9,27	4,61
	Error			
	Rel.Med.	-0,03	0,11	0,01

## CONCLUSIONES

De las tablas finales de residuos para alta montaña (Tablas 3 y 4), se desprenden las siguientes conclusiones:

-Respecto del tipo de variable, a partir de un análisis a priori de las figuras correspondientes, la anomalía de Bouguer ya aparecía como una variable más estable, de representación relativamente sencilla con contornos suaves. Por otro lado, el análisis de los desvíos estándar de las distintas variables consideradas, avala dicha conclusión preliminar.

-En lo concerniente a los estimadores, si bien hay una gran variedad de ellos disponible, se ha considerado razonable involucrar para este análisis solo a tres que son los de mayor aplicación en disciplinas vinculadas con las ciencias de la Tierra, conocidos como Kriging, Mínima Curvatura e Inversa de la Distancia. Las mejores soluciones se obtuvieron a partir de la aplicación de los dos primeros métodos mencionados.

-Como podía suponerse, la abundancia de información en torno al punto donde se efectúa la estimación, aporta un mayor nivel de confianza a los resultados obtenidos. No obstante, a partir de las pruebas realizadas, y de la comparación entre Tablas 3 y 4, surge que no es posible aseverar que el grado de cubrimiento sea un factor determinante en la calidad de los resultados finales. Por otra parte, en lo que al tipo al tipo de secuencia de puntos faltantes atañe, no se han observado diferencias significativas, ya sea como secuencia de puntos seguidos o alternados, no siendo este un aspecto relevante en lo que hace al resultado final.

-Por consiguiente se puede concluir que tanto el tipo de variable como el método de interpolación utilizado son relevantes en los resultados, mostrándose como más confiables las Anomalías de Bouguer, como variable a interpolar y Kriging y Mínima Curvatura, como métodos. Tanto el nivel de cubrimiento como el tipo de secuencia de puntos faltantes son ambas características intrínsecas de la base de datos, y sólo modificables a través de la adición de nuevas mediciones. Sin embargo debe señalarse que estos aspectos no demostraron ser decisivos al momento de elegir la mejor estrategia para el llenado de los huecos de información. De un análisis similar para zonas de baja altitud,

(llanura), saldrán las conclusiones finales que permitirán generalizar el problema para adoptar el mejor camino para interpolación.

## REFERENCIAS

- Brunini, C., G.Font, F.Galbán, E.Lauría, M.C.Pacino, R.Rodríguez, 2001. The Vertical Reference System in the Argentine Republic. *Actas Symposium IAG.237-242.*
- Burrough,P.A., R.A.McDonnell, 1998. *Principles of Geographical Information Systems.* Oxford Univ. Press. New York, U.S.A.
- D'Onofrio, E., M.Fiore, F.Mayer, R.Perdomo, R.Ramos, 1999. La referencia vertical. *Contribuciones a la Geodesia en la Argentina de fines del siglo XX.* Edit.UNR. Argentina.101-130.
- Hofmann Wellenhof B.,H. Moritz, 2005. *Physical Geodesy.* Springer Wien New York. pp 412.
- Isaaks E.H., R.M. Srivastava, 1989. *Applied Geostatistics.* Oxford University Press. New York. pp 561.
- Lauría E., 2006. Hacia un nuevo marco de referencia. *Revista Cartográfica,* 82:115-136.
- Meyer, T.H., D.R.Roman, D.B.Zilkoski, 2004. What Does Height Really Mean? Part I: Introduction. *Surveying and Land Information Science.* 64(4):223-234.
- Meyer, T.H., D.R.Roman, D.B.Zilkoski, 2005. What Does Height Really Mean? Part II: Physics and Gravity. *Surveying and Land Information Science.* 65(1):5-15.
- Meyer, T.H., D.R.Roman, D.B.Zilkoski, 2006. What Does Height Really Mean? Part III: Height Systems. *Surveying and Land Information Science.* 66(2):149-160.
- Meyer, T.H., D.R.Roman, D.B.Zilkoski, 2006. What Does Height Really Mean? Part IV:GPS Orthometric Heighting. *Surveying and Land Information Science.* 66(3):165-183.
- Meyer, T.H., 2004. The discontinuous Nature of Kriging Interpolation for Digital Terrain Modeling. *Cartography and Geographic Information Science.* 31(4):209-216.
- Pacino, M. C., E.A.Lauría, J.D.Fairhead, D.Blitzkow, 2006. New Gravity Anomaly Maps for Argentina. *MAGARG.* En prensa en *Revista Geofísica Internacional.*
- Pacino, M. C., 2005. Absolute Gravity Measurements and Gravity Networks in South America. *Dynamic Planet 2005* (Elsevier Ed.). En prensa.
- Pacino, M. C., D. Del Cogliano, G. Font, J. Moirano, P. Natalí, E. Lauría, R.Ramos, S. Miranda, 2005. Activities Related to the Materialization of a New Vertical System for Argentina. *Dynamic Planet IAG Symposium.* Springer-Verlag. 671-676.
- Sullivan, J., 1998. Curso de Geoestadística para Minería II. Gerencia de Planificación y Tecnología Minera. Chile. pp 54.
- Sullivan, J., 1998. Curso de Geoestadística para Minería III. Gerencia de Planificación y Tecnología Minera. Chile. pp 59.
- Wood, J., P.Fisher, 1993. Assessing Interpolation Accuracy in Elevation Models. *IEEE Computer Graphics and Applications.* 13(29):48-56.

Recibido: 27 de julio de 2009 - Aceptado: 9 de septiembre de 2010